

2025

Friedrich-Paulsen-Schule Niebüll

Physik 12p

Lehrkraft: Herr Reimers

Abgabe: 04.07.2025

**Der Schwungradspeicher – Trägheitsmoment
eines rotierenden Körpers bestimmen**

von: Jonas Christiansen

Inhaltsverzeichnis

Abstrakt.....	3
Physikalischer Hintergrund.....	4
Ziele und Umsetzung.....	9
Ergebnisse.....	11
Ausblick.....	14
Anhang.....	15

Abstrakt

In dieser Facharbeit wird untersucht, wovon das Trägheitsmoment eines Körpers abhängt, am Beispiel eines Schwungradspeichers. Dieser speichert Energie in kinetischer Form, indem der Rotor in Kreisbewegung gebracht wird, wodurch das Fluid im Inneren nach außen gedrückt wird. Durch Das Trägheitsmoment ist ausschlaggebend für die gespeicherte Energie in diesem System. Im Rahmen der Arbeit werden die Beziehungen zwischen der der Masse des Gewichts, welche den Zylinder in Bewegung versetzt, die Fallhöhe des Gewichts, der Frequenz des Körpers und dem Trägheitsmoment theoretisch hergeleitet. Die theoretischen Erkenntnisse werden durch Versuche veranschaulicht und überprüft. Bei den Versuchen werden verschiedene Größen des Speichers ausgetestet sowie verschiedene Gewichte zum Beschleunigen des Speichers und Weg den sich dieses Gewicht nach unten bewegen kann.

Physikalischer Hintergrund

Ein Schwungradspeicher ist ein mechanisches System zur Energiespeicherung, bei dem Energie durch das Drehen des Rotors gespeichert wird. Diese Rotationsenergie E_{rot} ist abhängig vom Trägheitsmoment J und der Winkelgeschwindigkeit ω des Körpers:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (1)$$

Der Drehimpuls L ist ebenso vom Trägheitsmoment J und der Winkelgeschwindigkeit ω abhängig:

$$L = J \omega \quad (2)$$

wobei für J mit der Masse des Speichers und dem Radius zur Rotationsachse gilt:

$$J = \frac{1}{2} m r^2 \quad (3)$$

und für ω mit der Rotationsfrequenz f gilt:

$$\omega = 2 \pi f \quad (4).$$

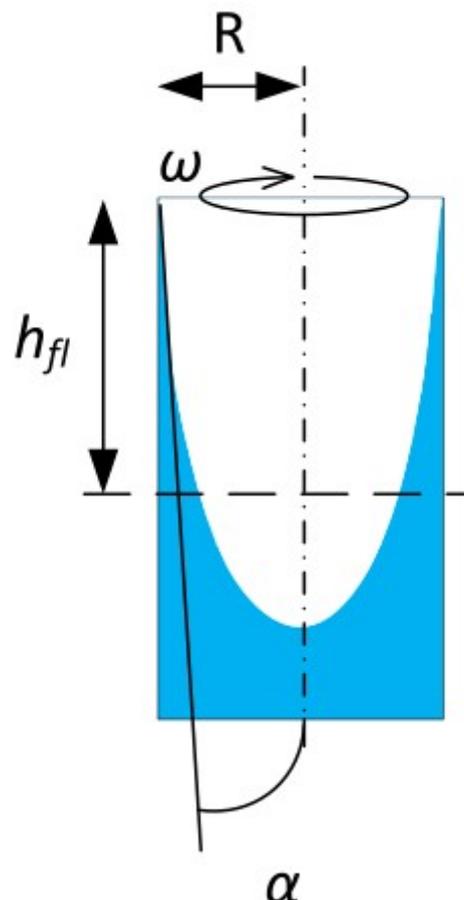
Also gilt für L :

$$L = m r^2 \omega \quad (5).$$

Für die Fluidmasse m im Inneren gilt:

$$m = V \rho_{fl} \quad (6)$$

hierbei ist V das Volumen des Fluids und ρ_{fl} die Dichte des Fluids.



Für den Neigungswinkel der Flüssigkeitsoberfläche α gilt:

$$\tan(\alpha) = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (7)$$

Hierbei ist g die Erdbeschleunigung.

Abb.1

Für den Gesamtdruck p im Fluid gilt:

$$p(r, h, z) = p_p + p_{fl} g (h_2 - h_1) + \frac{p_{fl}}{2} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) + \frac{p_{fl}}{2} (v(r_2, h_2, z_2)^2 - v(r_1, h_1, z_1)^2) - \frac{p_{fl}}{2} v^2 \xi \quad (8)$$

hierbei ist h_2 die Höhe des betrachteten Punktes oberhalb der Bodenhöhe und h_1 die Referenzhöhe. r_2 ist der Abstand des betrachteten Punktes von der Rotationsachse und r_1 Referenzradius. v ist die Strömungsgeschwindigkeit des Fluides am betrachteten Punkt. p_p ist der Vorfülldruck und p_{fl} ist die Flüssigkeitsdichte.

Bei Vernachlässigung der Reibungs- sowie Druckverluste durch Geschwindigkeitsänderung in axialer und radialer Richtung erhalten wir folgende vereinfachte Formel:

$$p(r, h) = p_p + p_{fl} g (h_2 - h_1) + \frac{p_{fl}}{2} \omega^2 (r_2^2 - r_1^2) \quad (9).$$

Die adiabatische Druckänderung, also die Druckänderung ohne Beeinflussung der vorhandenen Wärme, lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad (10)$$

wobei p_2 der zu berechnende Druck ist, p_1 der Ausgangsdruck, V_2 das neue Volumen der Kammer, V_1 das Ausgangsvolumen und γ der Adiabatenexponent für Luft ist, welcher ungefähr 1,4 entspricht.

Die adiabatische Temperaturänderung lässt sich mit folgender Formel berechnen, bei welcher T der Temperatur entspricht:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (11).$$

Die Temperatur-Volumenbeziehung hat folgende Gleichung:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad (12).$$

Für das Volumen des inneren Zylinders V_i mit Radius des Innenzylinders R_i und Höhe des Innenzylinders h_i gilt:

$$V_i = \pi R_i^2 h_i \quad (13).$$

Für das Volumen der Gaskammer V_{gask} mit Außenradius des Innenzylinders R_{oi} und der Höhe der Gaskammer h_{gask} gilt:

$$V_{gask} = \pi (R_{oi}^2 - R_i^2) h_{gask} \quad (14).$$

Für das Volumen des äußeren Zylinders mit Außenradius des gesamten Speichers R_o und höhe des äußeren Zylinders $h_{[o]}$ gilt:

$$V_o = \pi (R_o^2 - R_{oi}^2) h_o \quad (15).$$

Für die Umfangsgeschwindigkeit v_o mit der Wandstärke des äußeren Zylinders s_o gilt:

$$v_o = \omega (R_o + s_o) \quad (16).$$

Die Flüssigkeit im Inneren wird durch Fliehkraft nach außen und hoch gedrückt, für diese Höhe h_{fi} gilt:

$$h_{fli} = \frac{V_i - \pi(R_o^2 - R_{fl}^2)h_o}{\pi R_i^2} \quad (17).$$

Für das aktuelle Trägheitsmoment im drehenden Zustand J_{flgel} mit Masse des beweglichen Fluids $m_{moveable}$, Außenradius des Fluids R_o und Innenradius des Fluids R_{fl} gilt:

$$J_{flgel} = \frac{m_{moveable}}{2} (R_o^2 + R_{fl}^2) \quad (18).$$

Für das Trägheitsmoment im entladenen Zustand J_{flentl} gilt:

$$J_{flentl} = \frac{m_{moveable}}{2} R_i^2 \quad (19).$$

Die Druckdifferenz Δp zwischen außen und innen lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\Delta p = p_i + p_{g,i} + p_{c,i} - p_o - p_{g,o} - p_{c,o} \quad (20)$$

mit p_i Druck innen, p_o Druck außen, $p_{g,i}$ Gasdruck innen, $p_{g,o}$ Gasdruck außen, $p_{c,i}$ Kappendruck innen und $p_{c,o}$ Kappendruck außen.

Die Masse des Zylinders m_{zyl} , mit der Dichte ρ und Volumen des Zylinders V berechnen:

$$m_{zyl} = \rho V \quad (21)$$

das Volumen eines Zylinders berechnet sich mit:

$$V = \pi r^2 h \quad (22)$$

berechnen, wobei r Radius und h Höhe ist. Da der Zylinder innen Material hat gilt hier:

$$r = r_{außen} - r_{innen} \quad (23).$$

Wenn wir jetzt (22) und (23) in (21) einsetzen ergibt sich:

$$m_{\text{zyl}} = \rho \pi h (r_{\text{außen}}^2 - r_{\text{innen}}^2) \quad (24).$$

Mit (23) in (3) ergibt sich für die Trägheit im Zylinder J_{zyl} :

$$J_{\text{zyl}} = \frac{1}{2} m_{\text{zyl}} (R_{\text{außen}}^2 - R_{\text{innen}}^2) \quad (25).$$

Wenn man (4) in (1) einsetzt und nach f auflöst erhält man:

$$f = \sqrt{\frac{E_{\text{rot}}}{2 \pi^2 J}} \quad (26)$$

Ziele und Umsetzung

Unser Ziel war es, einen eigenen Schwungradspeicher zu drucken und mithilfe diesem eigene Messungen aufstellen mit welchen wir schauen konnten wie sich die Frequenz der Drehung ändert wenn man verschiedene Einzelteile ändert, wie Gewicht des herunterfallenden Objektes. Ebenso haben wir uns die Frage gestellt, inwiefern dieser Versuch für unterrichtliche Zwecke sinnvoll verwendbar ist und welche Themenbereiche man mit diesem praktisch im Unterricht abdecken könnte.



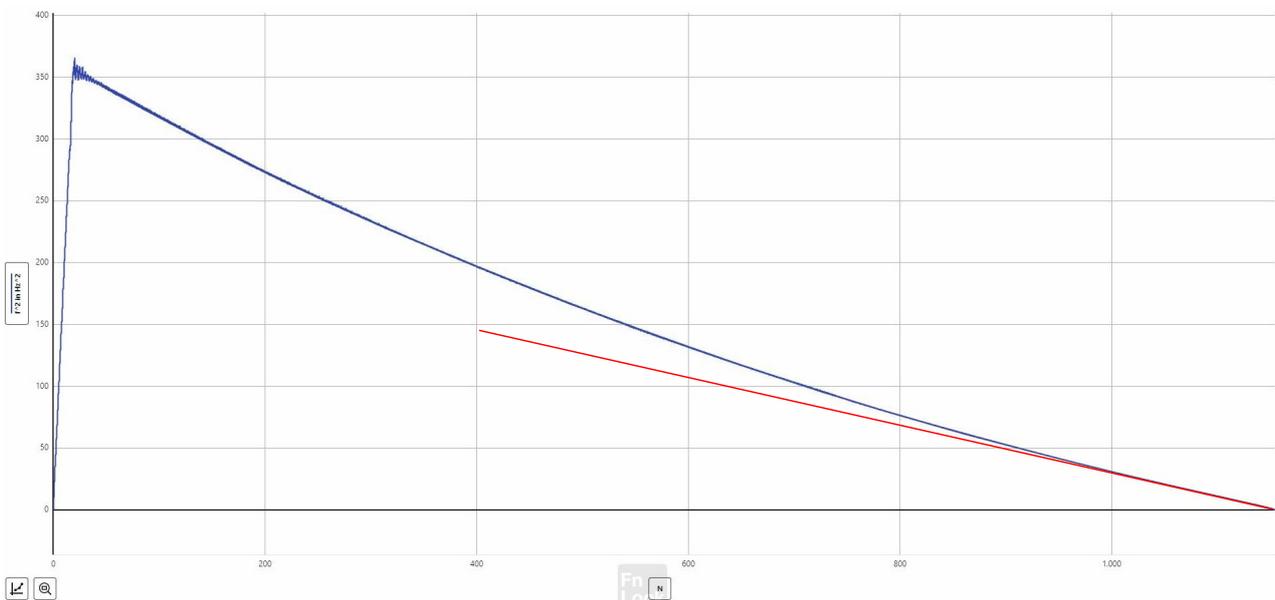
Um den Schwungradspeicher zu drucken haben wir den 3D Drucker des Maker Space Niebüll genutzt um in diesem die Vorlage des Speichers zu drucken. Dieser war leider nicht groß genug um den vollständigen Schwungradspeicher zu drucken, weshalb wir diesen kleiner skalieren und somit kleiner drucken mussten. Allerdings konnten wir diesen nicht direkt zusammensetzen, weil das Gestell nicht perfekt zusammengepasst hat. Um das zu beheben haben wir die Steckteile des Gestells abgeschliffen, bis sich dieser zusammenstecken ließ. Nach einigen Wochen messen haben wir einen normal großen Speicher zur Verfügung gestellt bekommen mit welchem wir weitergemessen haben.

Um den Zylinder im inneren zum Drehen zu bringen, ist dieser in einem Gestell mit Kugellagern an den Druckpunkten. Durch diese dreht sich der

Zylinder mit möglichst wenig Reibung. Dieser wurde mit einem Seil umwickelt welches auf gleicher Höhe über einem Rad hängt. Am Ende des Seils ist ein Gewicht befestigt welches den Zylinder zum Drehen bewegt (Siehe Abbildung). Um zu messen wann sich der Zylinder dreht wurde oben auf dem Ventil Rad befestigt, durch welchen die jeweilige Drehung zu einem bestimmten Zeitpunkt aufgetragen wird. Wenn man jetzt 1 durch die Differenzzeit zwischen zwei Umdrehungen teilt hat man die durchschnittliche Frequenz dieser Umdrehung. Mit dieser Methode kann man in einem Python-Programm alle Frequenzen ausrechnen. Allerdings reicht es nicht einmal pro Umdrehung Messwerte zu nehmen um einen genauen Graphen zu erzeugen. Als Lösung für dieses Problem haben wir ein Rad mit jeweils durchgängigen Stützen 3d-gedruckt um mehrere Messwerte pro Umdrehung zu bekommen.

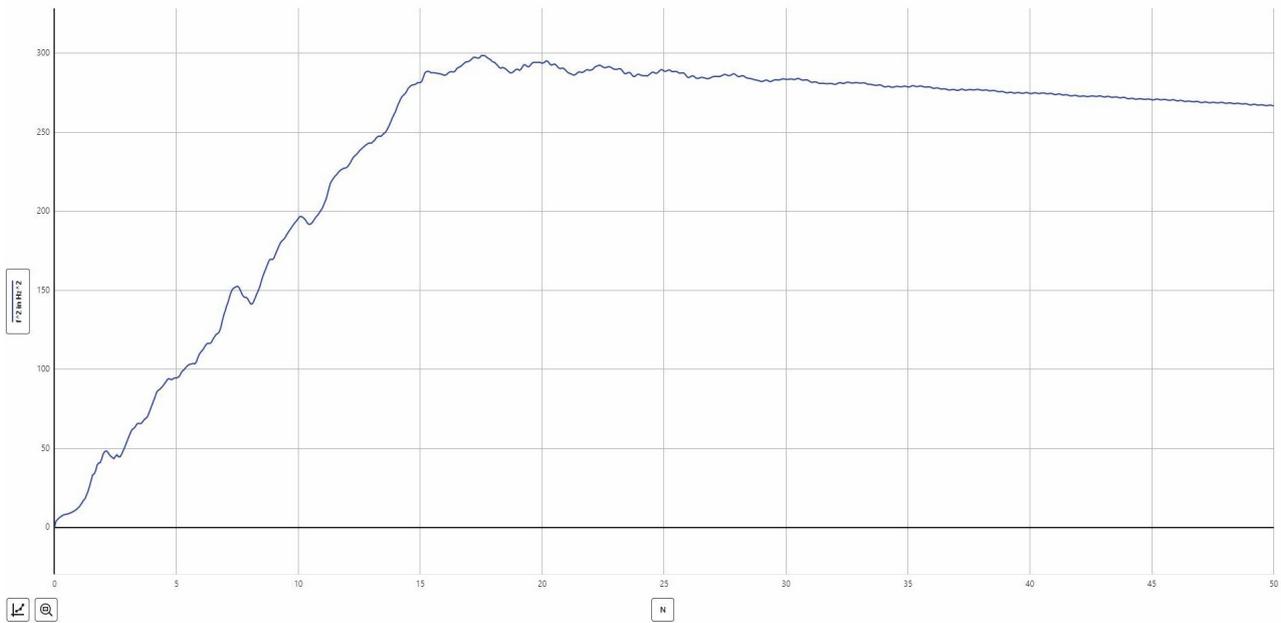
Ergebnisse

In Grafik **(I)** wird die Frequenz f zum Quadrat über die Anzahl der Umdrehungen N aufgetragen. Anhand dieser erkennt man gut welche verschiedenen Reibungskräfte auf den Schwungradspeicher wirken. Seit maximaler Frequenz gibt es mehr als exponentiellen Abfall was auf Luftreibung weist. Nach ca. 950 Umdrehungen ist der exponentielle Abfall gegen null. Danach bleibt nur noch linearer Abfall, welcher durch die Gleitreibung bewirkt wird.



(I)

Erstaunliche Messfehler passieren auch schnell, wenn das Seil, an dem das Gewicht hängt, unregelmäßig aufgewickelt ist **(II)**. Durch das unregelmäßige Aufwickeln ist bei der Beschleunigung ein periodisches auf und ab erkennbar, was durch sauberes Aufwickeln behoben wird.



(II)

Die Größe des Schwungradspeichers hat ebenso eine große Auswirkung auf die Drehzahl des Zylinders. Beim Schwungradspeicher der auf 86% der Originalgröße skaliert war, lag die höchste Frequenz bei ungefähr 7/s, beim normal skalierten Speicher hingegen bei 15/s. Außerdem hat der größere Speicher eine enorm längere Drehdauer und ist weniger von der Gleitreibung betroffen. Die verringerte Drehdauer und erhöhte Gleitreibung ist vermutlich der Unpassenheit der Einzelteile des kleinen Speichers geschuldet.

Die Versuche zeigen deutlich, dass die Theorie mit der Praxis übereinstimmt. In (III) ist die Frequenz f zum Quadrat über die Umdrehungen aufgetragen. Laut (26) verhält sich die Frequenzänderung in einer Wurzelfunktion. Wenn man diese Frequenz quadriert erhält man eine Gerade, wie in (III) zu sehen ist.



(III)

Dieser Versuch ist für den Unterricht geeignet, da dieser in der Praxis Verständnis des Themenbereiches erfordert, wie z.B. das Auswerten der Messwerte und die richtige Ausführung. Außerdem werden in der Theorie viele grundlegende physikalische und mathematische Gesetze angewendet und wiederholt, unter anderem Formel der Energie, Berechnung der Winkelgeschwindigkeit oder auch Volumen des Zylinders.

Ausblick

Um die Fluidverschiebung genauer zu ergründen und diese vielleicht sogar zu berechnen, könnte man einen durchsichtigen Schwungradspeicher drucken, um durch diesen die Fluidverschiebung in Abhängigkeit der Zeit bestimmen zu können. Dadurch bietet sich die Möglichkeit, die Fluidverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz zu bestimmen.

Ebenso kann man in den Speicher noch Druck hinzufügen, um mit diesem auch durch Versuche die Theorie zu überprüfen.

Um so wenig Reibung wie möglich, und einen bestmöglichen Speicher zu entwerfen kann man das Modell von Grund auf abändern, und statt den Kugellagern mit Magneten arbeiten. Durch diese hätte das Modell keinerlei Gleitreibung und der größte Bremsfaktor wäre behoben.

Zudem kann man den aktuellen Einfluss der Luftreibung auf den Speicher genauer bestimmen, um vorhersagen zu können, wie effektiv ein Schwungradspeicher nur mit dieser Reibung wäre und wie lange sich dieser drehen würde.

Aus meiner Sicht stellt sich auch noch die Frage, in welchen Jahrgangsstufen dieses Experiment ein unterrichtsförderlicher Versuch wäre. Während die grundlegende Mechanik bereits in der Mittelstufe behandelt werden kann, ergeben sich für die Oberstufe zahlreiche Möglichkeiten an diese anzuknüpfen, wie zum Beispiel bei der Energieerhaltung.

Anhang

Abb.1: Paper_Hydraulic Variable Inertia Flywheel

Messwerte von **(I)**: Graph(I).gamb1

Messwerte von **(II)**: Graph(II).gamb1

Messwerte von **(III)**: Graph(III).gamb1