Friedrich-Paulsen-Schule Niebüll

Facharbeit

Der aerodynamische Auftrieb

1.2.2025 - 5.7.2025

Verfasser: André Frontzek
Kurs: Profilseminar Physik
Betreuer: Dr. Lüder Reimers
Abgabetermin: 5.7.2025

Inhaltsangabe

Seite	Inhalt	Abschnitt der Facharbeit
1		Abstrakt
2	Grundlagen	Physikalische Hintergrund
3	Die Kontinuitätsgleichung	Physikalische Hintergrund
4	Bernoulli-Effekt	Physikalische Hintergrund
5-6	Herleitung der Formel des Bernoulli-Effektes	Physikalische Hintergrund
7	Bildliche Darstellung der Kräfte des Bernoulli-Effektes	Physikalische Hintergrund
8	Erklärung der Auftriebskraft mithilfe des Impulserhaltungssatzes	Physikalische Hintergrund
9	Herleitung des aerodynamischen Auftriebs mit Hilfe des Impulserhaltungssatzes	Physikalische Hintergrund
10	Herleitung der Formel für die aerodynamische Auftriebskraft	Physikalische Hintergrund
11	Weitere benötigte Formeln	Physikalische Hintergrund
12	Vorteile verschiedener Pfeilung	Physikalische Hintergrund
13	Formelsammlung für die Herleitung der Kontinualitätsgleichung	Physikalische Hintergrund
14	Formelsammlung zur Herleitung der Formel des Bernoulli Effektes	Physikalische Hintergrund
15	Formelsammlung für die Herleitung des aerodynamischen Auftriebs mit Hilfe des Impulserhaltungssatz	Physikalische Hintergrund
16	Formelsammlung für die Herleitung der Formel des aerodynamischen Auftriebskraft	Physikalische Hintergrund
17-20		Ziele und Umsetzung
21-22	Auswertung der Messergebnisse	Ergebnisse
23-26	Berechnung des Auftriebsbeiwertes	Ergebnisse
27	Auswertung der Ergebnisse	Ergebnisse
28	Fehleranalyse	Ergebnisse
29		Abstrakt
30-48		Anhänge

Abstrakt

Beim Recherchieren bin ich auf Flugzeuge mit negativ gepfeilten Flügeln gestoßen, was in mir die Frage aufwarf, welche Vorteile diese Bauweise haben könnte. Daher wollte ich untersuchen, ob sich mit einfachen Mitteln nachweisen lässt, ob die Pfeilung der Flugzeugflügel einen Einfluss auf den Auftrieb hat.

Es ist mir gelungen, ein entsprechendes Experiment durchzuführen und aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen. Die gemessenen Werte für die Auftriebskraft sowie die berechneten Auftriebsbeiwerte lagen zwar insgesamt relativ nah beieinander, dennoch konnten, trotz der leichten Schwingungen des Modells während des Versuchs, deutliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Flügelkonfigurationen festgestellt werden. Diese Unterschiede waren reproduzierbar, denn auch nachdem ich den Versuchsaufbau komplett ab- und wieder aufgebaut hatte, ergaben sich ähnliche Resultate.

Da ich pro Versuch jeweils rund tausend Messwerte aufgenommen habe, dürften die Ergebnisse eine hohe Genauigkeit aufweisen. Insgesamt zeigte sich, dass das Modell mit ungepfeilten Flügeln die höchste Auftriebskraft erzeugte, während das Modell mit 20° Pfeilung die niedrigste Auftriebskraft erreichte. Dabei ist jedoch zu beachten, dass sich die Flügelflächen der einzelnen Modelle geringfügig unterscheiden. Auf den Einfluss dieser Flächenunterschiede gehe ich im weiteren Verlauf noch genauer ein.

Grundlagen

Es werden drei zentrale Annahmen für ideale Strömungen gemacht:

Strömung ist gleichmäßig: Die Geschwindigkeit ist an jedem Ort und zu jeder Zeit konstant.

Das Medium ist inkompressibel: Die Dichte ändert sich nicht.

Keine Reibungskräfte: Es gibt keine Energieverluste durch innere Reibung.

Pfeilung

Die Pfeilung der Flügel bei Flugzeugen bezeichnet den Winkel, in dem die Tragflächen im Vergleich zur Querachse des Flugzeugs nach hinten geneigt sind. Negative Pfeilung heißt, dass die Flügel entlang der Querachse nach hinten geneigt sind.

Strömung

In der Aerodynamik unterscheidet man grundsätzlich zwischen laminarer und turbulenter Strömung, zwei Strömungszuständen, die das Verhalten von Luft über einem Körper wie einem Flugzeugflügel wesentlich beeinflussen.

Eine laminare Strömung ist durch glatte, parallele Strömungslinien gekennzeichnet. Die Luftschichten gleiten dabei in geordneter Weise übereinander, ohne sich zu vermischen. Dieser Strömungstyp verursacht einen geringeren Reibungswiderstand, da weniger Energie durch innere Reibung verloren geht. Deshalb ist die laminare Strömung aus aerodynamischer Sicht vorteilhaft, insbesondere bei der Gestaltung von Flugzeugen oder Hochgeschwindigkeitsfahrzeugen, wo möglichst geringer Luftwiderstand angestrebt wird. Allerdings ist sie auch empfindlich gegenüber Störungen. Schon kleine Unebenheiten auf der Oberfläche oder Änderungen in der Strömungsgeschwindigkeit können dazu führen, dass die Strömung instabil wird.

Im Gegensatz dazu ist eine turbulente Strömung durch Wirbel und Unregelmäßigkeiten geprägt. Hier vermischen sich die Luftschichten intensiv, was zu einer höheren Reibung und damit zu einem größeren Luftwiderstand führt. Trotz des höheren Widerstands bietet die turbulente Strömung auch Vorteile: Sie ist stabiler und haftet länger an der Oberfläche eines Körpers an, wodurch der Strömungsabriss, etwa bei einem Flügel , verzögert oder verhindert werden kann. Das kann besonders bei langsamer Fluggeschwindigkeit oder hohem Anstellwinkel entscheidend sein.

Strömungslinien sind gedachte Linien, die die Bahn eines Teilchens in einer strömenden Flüssigkeit oder einem Gas beschreiben. An jeder Stelle einer Stromlinie zeigt die Tangente die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit an. Stromlinien schneiden sich nie und bleiben in stationären Strömungen zeitlich unverändert. Mehrere Stromlinien können zusammen eine sogenannte Flussröhre bilden, durch deren Wand keine Materie tritt. In einer solchen Flussröhre gilt die Kontinuitätsgleichung.

Die Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Erhaltung der Masse (bzw. des Volumens bei inkompressiblen Medien) in einer Strömung. Sie besagt, dass die Menge des durchströmenden Mediums pro Zeit überall im Strömungsfeld gleich bleibt, es geht nichts verloren und nichts kommt hinzu.

In der Zeit Δt bewegt sich das Medium um die Strecke:

$$s = v \Delta t$$

Das Volumen, das durch die Fläche A strömt, ist dann:

$$\Delta V = A s = A v \Delta t$$

Und da das Medium inkompressibel ist (also konstante Dichte Rho hat), ist die Masse, die in der Zeit Δt durchfließt:

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A v \Delta t$$

keine Masse verloren geht, gilt für zwei verschiedene Stellen:

$$\rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t \quad | : t \, | : \rho$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Insgesamt bedeutet dies, dass wenn sich die Querschnittsfläche ändert, ändert sich auch die Geschwindigkeit, damit der Volumenstrom gleich bleibt.
Verengt sich die Strömung, dann steigt die Geschwindigkeit.
Erweitert sich die Strömung, dann sinkt die Geschwindigkeit.

Bernoulli-Effekt

Der Bernoulli-Effekt beschreibt ein physikalisches Prinzip aus der Strömungsmechanik, das besagt, dass in einer strömenden Flüssigkeit oder einem Gas an Stellen, an denen die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt, gleichzeitig der Druck abnimmt. Dieses Phänomen wurde nach dem Schweizer Mathematiker Daniel Bernoulli benannt, der im 18. Jahrhundert die Zusammenhänge in seinem Werk „Hydrodynamica“ mathematisch formulierte.

Das Grundprinzip des Bernoulli- Effekts basiert auf der Energieerhaltung in einer idealen, reibungsfreien Strömung. Die Gesamtenergie eines strömenden Mediums setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen: der kinetischen Energie (bedingt durch die Geschwindigkeit der Strömung), der potenziellen Energie (beispielsweise durch Höhenunterschiede) und der Druckenergie (dem statischen Druck der Flüssigkeit oder des Gases). Wenn sich die Geschwindigkeit eines Fluids erhöht, wird ein Teil der Energie in kinetische Energie umgewandelt. Dadurch steht weniger Energie für den Druck zur Verfügung, weshalb der Druck an dieser Stelle sinkt.

Die wichtigste Erkenntnis des Bernoulli-Effekts ist die Erklärung, warum Flugzeuge fliegen. Die Tragflächen eines Flugzeugs sind so geformt, dass die Luft über der Oberseite der Tragfläche schneller strömt als unterhalb. Die höhere Geschwindigkeit oberhalb führt zu einem niedrigeren Druck, da Energieerhaltung gilt, während der Druck unter der Tragfläche höher bleibt, weil die Geschwindigkeit konstant bleibt ändert sich auch nichts an der Verteilung der Energie. Diese Druckdifferenz erzeugt eine Auftriebskraft, die das Flugzeug nach oben hebt.

Wichtig ist jedoch zu beachten, dass der Bernoulli-Effekt nur unter idealisierten Bedingungen, also ohne Reibung, Turbulenzen oder andere Verluste exakt gilt. In der Realität beeinflussen diese Faktoren das Strömungsverhalten, sodass der Effekt oft nur eine Näherung darstellt. Dennoch ist der Bernoulli-Effekt ein fundamentales Konzept, der Aerodynamik.

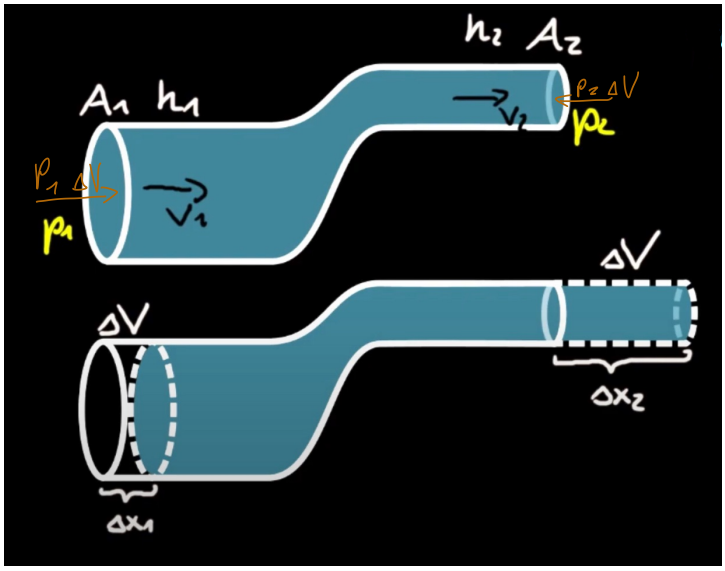
Ein einfaches Experiment zum Selberausprobieren ist, ein kleines Stück Papier zu nehmen und darüber zu pusten. Die beschleunigte Luft über dem Papier sorgt, wie oben beschrieben, für einen Druckabfall, wodurch sich das Papier leicht nach oben hebt.

Herleitung der Formel zum Bernoulli-Effekt

Der Bernoulli-Effekt beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck, Geschwindigkeit und Höhe eines strömenden Fluids. Zur Herleitung betrachten wir die Energieerhaltung entlang einer Stromlinie in einem stationären, reibungsfreien Strömungsfeld mit einem inkompressiblen Fluid.

Die Energieerhaltung besagt in einem abgeschlossenen System die vorhandene Energie nicht abnehmen kann. Dies hat zur Folge, dass wenn die potentielle Energie also die Höhenenergie zunimmt sinkt die kinetische Energie bzw. Bewegungsenergie und wenn die potentielle Energie abnimmt steigt die kinetische Energie.

$$\Delta E_{kin} = -\Delta E_{pot}$$



Zur Veranschaulichung der Herleitung habe ich diese Skizze des Strömungsfeldes angefertigt. Die kinetische Energie ist definiert als $E_{kin} = \frac{m}{2} v^2$ definiert. Für die Herleitung betrachten wir aber den Unterschied der Energie am Anfang und am Ende des Strömungsfeldes. Wir zeigen, dass es sich um eine Energieumwandlung handelt. Dafür benötigen wir die Geschwindigkeit vor und nach der Änderung der Strömung.

$$\Delta E_{kin} = -\frac{m}{2} v_1^2 + \frac{m}{2} v_2^2$$

Da wir wissen, dass die Masse eines Fluidelements durch $m = \rho \Delta V$ gegeben ist, setzen wir dies in die Formel ein.

$$\Delta E_{kin} = -\frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2 + \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2$$

Danach berechnen wir die potenzielle Energie, die üblicherweise definiert ist als $E_{pot} = m g h$ definiert ist. Hier enthält sie aber zusätzlich noch die sogenannte Druckenergie, dies ist kein standardisierter physikalischer Begriff. Sie wird jedoch verwendet, um eine bestimmte Form von Energie im Zusammenhang mit Druck und Volumen in Fluiden zu beschreiben.
Um die Druckenergie zu berechnen, stellen wir die Formel für den Druck nach der Kraft um.

$$p = \frac{F}{A} \mid A$$

$$\Rightarrow F = p A$$

Da dies aber nur den Druck beinhaltet müssen wir dies noch mit einer Strecke multiplizieren. In dem Fall heißt sie x, um der Definition für die Arbeit zu entsprechen.

$$W = F x = p A x = p \Delta V$$

Jetzt müssen wir nur noch die Höhenenergie einbeziehen. Wir können dort für m wieder Rho mal V einsetzen. Allerdings muss auch der Höhenunterschied mit der Differenz aus der vorherigen und späteren Höhe mit einberechnet werden.

$$E_{pot} = \rho V g (h_2 - h_1)$$

Wenn wir jetzt die Druckenergie und die Höhenenergie in die Formel für die potentielle Energie und für die Kraft den Druck mal die Fläche einsetzen ergibt sich diese Gleichung:

$$\Delta E_{pot} = p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2 - \rho \Delta V g (h_2 - h_1)$$

Wir müssen bedenken, dass am Ende des Strömungsfeldes eine Druckenergie wirkt – wegen des Außendrucks nach innen. Daher subtrahieren wir diesen Term, um die Nettoenergie zu erhalten. Jetzt vereinfachen wir die Formel, indem wir die Klammern um den Höhenunterschied auflösen und $A \Delta x$ als Volumen zusammenfassen.

$$E_{pot} = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V - \rho \Delta V g h_2 + \rho \Delta V g h_1$$

Nun setzen wir für die Formel der Energieerhaltung die kinetische und die potentielle Energie ein. Danach kürzen wir durch ΔV auf beiden Seiten um die Formel weiter zu vereinfachen und zum Schluss stellen wir die Formel nach variablen des Anfangs des Strömungsfeldes und des Endes des Strömungsfeldes um.

$$-\frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2 + \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V - \rho \Delta V g h_2 + \rho \Delta V g h_1 \mid : \Delta V$$

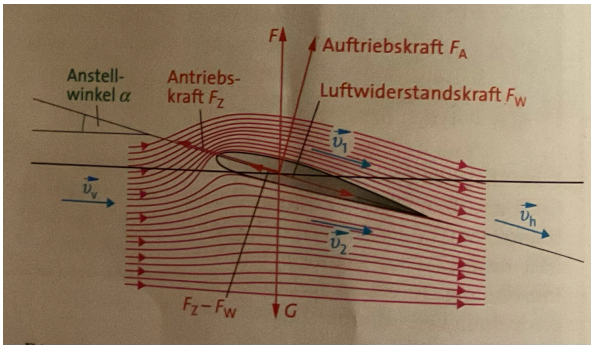
$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = p_1 - p_2 - \rho g h_2 + \rho g h_1 \mid + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \mid + p_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 - \rho g h_2 + \rho g h_1 \mid + \rho g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \rho g h_2$$

Dies ist nur eine Herleitung der Bernoulli-Gleichung. Ich habe sie gewählt, weil sie sich am leichtesten herleiten lässt. Anhand der Formel lässt sich erkennen, dass sich der Druck aufgrund von Geschwindigkeitsänderungen ändern muss, um die Energieerhaltung zu gewährleisten. Der Bernoulli-Effekt allein reicht nicht aus um zu erklären wie der aerodynamische Auftrieb entsteht. Es wird noch zusätzlich eine Erklärung durch die Impulserhaltung benötigt.

Bildliche Darstellung der Kräfte des Bernoulli-Effektes



Hier sieht man noch einmal die verschiedenen Kräfte, die auf eine Tragfläche wirken, sowie den Einfluss der Strömung anhand der dargestellten Stromlinien.

Einige Kräfte, die in meinem Experiment nur am Rande berücksichtigt wurden, sind zum Beispiel die Antriebskraft, die – auch bei verändertem Anstellwinkel, parallel zur Tragfläche wirkt. Entgegengesetzt dazu steht die Widerstandskraft, die der Bewegung entgegenwirkt. Die Differenz zwischen Antriebs- und Widerstandskraft ergibt die tatsächliche Vortriebskraft, mit der sich das Flugzeug nach vorne bewegt.

Auch die Gewichtskraft, die immer senkrecht nach unten wirkt, wurde in meinem Experiment eher vernachlässigt. Die Gewichtskraft ist die Kraft, mit der ein Körper aufgrund seiner Masse von der Erde (oder einem anderen Himmelskörper) angezogen wird.

Senkrecht zur Tragfläche wirkt außerdem die Auftriebskraft, genauer gesagt ein Druckunterschied, der durch unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten oberhalb v1 und unterhalb v2 der Tragfläche entsteht, wie es im Bernoulli-Effekt beschrieben ist.

In der Abbildung erkennt man, dass die Stromlinien durch den Tragflügel abgelenkt werden. Oberhalb der Tragfläche werden sie gestaucht, was auf eine höhere Strömungsgeschwindigkeit hinweist. Unterhalb werden sie gestreckt, was eine langsamere Strömung bedeutet. Dadurch verändert sich die Geschwindigkeit und der Druck entsprechend dem Kontinuitätsgesetz und dem Bernoulli-Prinzip.

Der Anstellwinkel

Der Anstellwinkel ist der Winkel zwischen der Anströmrichtung der Luft und der Längsachse des Flügels. Er beeinflusst den Auftrieb stark. Denn ein kleiner Winkel erzeugt wenig Auftrieb, ein größerer Winkel erhöht ihn, da der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite des Flügels zunimmt. Wird der Winkel jedoch zu groß, reißt die Strömung ab, es kommt zum Strömungsabriss, und der Auftrieb bricht ein.

Ein negativer Anstellwinkel kann sogar Abtrieb erzeugen, was z. B. beim Höhenruder gewollt ist, bei Tragflächen jedoch zum Verlust der Tragkraft führt.

Daher habe ich bei meine Experiment einen neutralen Anstellwinkel von 0 Grad gewählt, um diese Auswirkungen zu vermeiden.

Erklärung der Auftriebskraft mithilfe des Impulserhaltungssatzes

Die aerodynamische Auftriebskraft lässt sich im Rahmen der Strömungsmechanik auch durch den Impulserhaltungssatz erklären. Dieser besagt, dass in einem abgeschlossenen System der Gesamtimpuls erhalten bleibt, sofern keine äußeren Kräfte auf das System wirken.

Wenn ein Flügel durch die Luft bewegt wird, verändert er die Strömung der umgebenden Luft. Dabei ist besonders wichtig, dass die Luft hinter dem Flügel nach unten abgelenkt wird. Durch diese Ablenkung erhalten die Luftmassen einen Impuls nach unten. Da Impuls in einem abgeschlossenen System erhalten bleibt, muss der Flügel im Gegenzug einen Impuls in entgegengesetzter Richtung, also nach oben, erfahren.

Diese Reaktion des Flügels stellt die aerodynamische Auftriebskraft dar. Der Flügel drückt sozusagen die Luft nach unten, und als Gegenwirkung wird der Flügel nach oben gedrückt. Dieses Prinzip entspricht dem dritten Newtonschen Gesetz (Aktion = Reaktion) und lässt sich auch quantitativ beschreiben, indem man betrachtet, wie viel Masse an Luft pro Sekunde abgelenkt und mit welcher Geschwindigkeit sie nach unten beschleunigt wird.

Somit entsteht der Auftrieb durch eine Kombination aus Impulsübertragung und vom, Bernoulli-Effekt beschriebenen, Druckunterschieden entlang des Flügels.

Dieser Ansatz spricht nicht gegen den Bernoulli Effekt aus, dass heißt er kann gleichzeitig mit dem Bernoulli Effekt existieren.

Herleitung des aerodynamischen Auftriebs mit dem Impulserhaltungssatz

Nach der Herleitung der Auftriebskraft mit der Bernoulli-Gleichung betrachten wir nun einen alternativen Zugang über die Impulserhaltung.

Ein Flügel lenkt die Luft nach unten ab und überträgt dabei Impuls auf die Luft. Die dabei entstehende Gegenkraft wirkt als Auftrieb. Die Kraft ist als $F = m\,a$ definiert kann man F_A auch als zeitliche Änderungsrate des Impulses angeben

$$F_A = \frac{d\vec{p}}{t}$$

Der Impuls selber ist als $\vec{p} = m\,\vec{v}$ die Masse ergibt sich dabei über $m = \rho\,V$

Zuerst setzen wir den Volumenstrom, der als $V = A\,v$ definiert ist in die Formel für den Massestrom ein.

Der Volumenstrom beschreibt, wie viel Volumen eines Mediums pro Zeiteinheit durch einen festgelegten Querschnitt transportiert wird. Der Massenstrom ist entsprechend die Masse des Fluids, die pro Zeiteinheit durch diesen Querschnitt fließt. Wir verwenden den Massenstrom, da er direkt mit dem übertragenen Impuls verknüpft ist.

Wenn wir wissen wollen, wie viel Impuls pro Sekunde übertragen wird, brauchen wir die Luftmasse pro Sekunde, die vom Flügel beschleunigt wird.

$$m = \rho\,V$$
$$= \rho\,A\,v$$

Wenn man hier mit den entsprechenden Einheiten nachrechnet, ergibt sich für den Massenstrom m die Einheit $\frac{kg}{s}$ was der Definition entspricht.

Jetzt ersetzen wir in der Formel für den Impuls m v durch m, jedoch bleibt dabei eine Strecke $\vec{s}$ übrig. Dies nutzen wir aber nachdem wir $m\,\vec{s}$ für den Impuls einsetzen, denn damit entsteht ein neues v. Das v_y visualisiert die sich vertikal zur Tragfläche bewegende Strömung.

$$\vec{p} = m\,\vec{s}$$

$$F_A = \frac{m\,s}{t} = m\,v_y$$

Zum Schluss setzen wir 1 für m ein

$$F_A = \rho\,A\,v\,v_y$$

Auch hier erhält man wieder wenn man nachrechnen möchte die richtige Einheit für die Kraft raus.

Jetzt haben wir eine Formel, mit der man die Kraft berechnen kann, mit der die Luft nach unten gedrückt wird. Aufgrund der Impulserhaltung gilt., dass diese Kraft wirkt mit umgekehrter Richtung auf den Flügel des Flugzeugs, also als Auftriebskraft.

Herleitung der Formel für die aerodynamischen Auftriebskraft

Nachdem wir mithilfe der Bernoulli-Gleichung die Druckverteilung entlang der Oberfläche eines Flügelprofils bestimmt haben, lässt sich nun aus diesen Druckunterschieden die resultierende Kraft ableiten, die senkrecht zur Strömungsrichtung wirkt, die sogenannte Auftriebskraft.

$$p_{unten} + \frac{1}{2} \rho v_{unten}^2 = p_{oben} + \frac{1}{2} \rho v_{oben}^2 \quad \Big| - p_{oben} \Big| - \frac{1}{2} \rho v_{unten}^2$$

Hier klammern wir $\frac{1}{2} \rho$ aus, um eine besser Übersichtlichkeit zu erhalten

$$\Rightarrow p_{unten} - p_{oben} = \underbrace{\frac{1}{2} \rho \left(v_{oben}^2 - v_{unten}^2 \right)}_{1}$$

Bevor wir dies für den Druck einsetzen stellen wir die Formel der Definition des Drucks nach der Kraft F um $p = \frac{F}{A} \mid A$

Jetzt setzen wir für den Druck $p_{unten} - p_{oben}$ ein und dann setzen wir 1 für den Druck ein, dies können wir machen weil dieser Ausdruck das Gleiche aussagt wie $p_{unten} - p_{oben}$

$$\Rightarrow F = \rho A$$
$$= \left(p_{unten} - p_{oben} \right) A$$
$$= \frac{1}{2} \rho \left(v_{oben}^2 - v_{unten}^2 \right) A$$

Da die Geschwindigkeit der Luft auf beiden Seiten des Flügels schwer zu ermitteln ist, ersetzt man die Luftgeschwindigkeiten der beiden Flügelseiten durch die Anströmgeschwindigkeit parallel zum Flügel. Um dabei Fehler zu korrigieren, wird die empirisch ermittelte Konstante C_A, also der Auftriebsbeiwert, hinzugefügt. Diese Konstante berücksichtigt die Auswirkungen der Form des Objekts, des Anstellwinkels und der Gleichmäßigkeit der Strömung.

$$F_A = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_A \quad \Big| \frac{1}{2} \rho v^2 A$$

Jetzt muss die Formel nur noch nach dem Auftriebsbeiwert umgestellt werden

$$C_A = \frac{2 F_A}{\rho v^2 A}$$

Nun kann ich nachdem ich die Werte für F_A berechnet habe, die Auftriebsbeiwertkonstante bestimmen und damit die Effizienz der Flugzeugmodelle bewerten.

Weitere benötigte Formeln

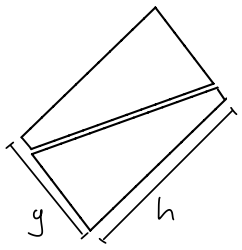
Da ich nicht weiß wie schnell die Luft beschleunigt wird muss ich mir diese selber ausrechnen. Dies ist möglich, da ich den Volumenstrom V kenne und den Radius der Kreisfläche durch den die Luft strömt kenne. Daher muss ich nur die Kreisfläche berechnen und den Volumenstrom durch diese Fläche teilen.

$$V = V \; A$$
$$v = V \; \pi r^2$$

Hier noch mit Einheiten:

$$\frac{m}{s} = \frac{m^3}{s} \; m^2$$
$$= \frac{m}{s}$$

Eine weitere wichtige Größe, die ich später zur Berechnung des Auftriebsbeiwerts benötige, ist die Fläche der beiden Flügel. Da die Flügelformen Dreiecken mit abgeschnittener Spitze ähneln und die Flügel identisch sind, kann ich ihre Fläche rechnerisch als ein Parallelogramm darstellen. Dazu lege ich die gleich langen Seiten der beiden Flügel aneinander, wobei die Spitze des einen Flügels an der Wurzel des anderen liegt. Um die Gesamtfläche zu berechnen, muss ich nun nur noch die Seitenlängen kennen, damit ich die Formel für die Paralelogrammfläche anwenden kann.



$$A_{Paralelogram} = a \; b$$

Hier ist eine Visualisierung meiner Idee

Vorteile verschiedener Pfeilung

	20 Grad Pfeilung	0 Grad Pfeilung	-20 Grad Pfeilung
Beispiele	Boeing 737	Cessna 172, viele Segelflugzeuge	X-29, Su-47 Berkut
Vorteile	-Bessere Hochgeschwindigkeitseigenschaften -Verzögerter Mach-Tuck-Effekt (Kopflastigkeit bei Annäherung an Mach 1) -Vorteilhafte Druckverteilung entlang der Flügelspannweite -Verbesserte Stabilität bei hohen Geschwindigkeiten	-Sehr gute Langsamflugeigenschaften (z. B. für Landung und Start) -Einfacher zu bauen und zu warten -Höherer Auftriebsbeiwert (besserer Auftrieb bei geringer Geschwindigkeit) -Weniger strukturelle Torsionsprobleme	-Bessere Wendigkeit und Manövrierfähigkeit -Strömung bleibt länger laminar, auch bei hohen Anstellwinkeln -Strömungsabriss beginnt an der Wurzel, was Kontrolle beim Strömungsabriss verbessert -Bessere Auftriebsverteilung und Effizienz
Nachteile	-Schlechtere Langsamflugeigenschaften -Neigung zu Strömungsabriss zuerst an den Flügelspitzen (schlecht für Kontrolle) -Großere strukturelle Belastungen, z. B. durch Torsion	-Schlechter für hohe Geschwindigkeiten (z. B. im Überschallflug) -Höherer Luftwiderstand bei hohen Mach-Zahlen	-Massive strukturelle Probleme Flügel neigen zur Verwindung bei Belastung Schwer zu bauen und zu stabilisieren Braucht oft Fly-by-wire-Steuerung, um überhaupt fliegbar zu sein (Eine Fly-by-Wire-Steuerung ist ein modernes Flugsteuerungssystem, bei dem die Eingaben des Piloten nicht mehr direkt mechanisch, sondern elektronisch an die Steuerflächen übermittelt werden).
Entstehung der Vor- und Nachteile	-Die Strömung wird durch die Flügelpfeilung nach außen gelenkt. -Das bedeutet: Der Luftstrom verläuft schräg nach hinten und außen. Dadurch entstehen starke Verwirbelungen an den Flügelspitzen, dort setzt der Strömungsabriss zuerst ein. -Die Querruder sitzen außen, und wenn dort die Strömung abreißt, verliert man leicht die Kontrolle. -Bei hohen Geschwindigkeiten wird der effektive Flügelwinkel kleiner, daher gibt es einen geringerer Luftwiderstand.	-Die Strömung läuft direkt von vorne nach hinten. -Der Auftrieb ist gut verteilt entlang der Spannweite. -Bei hohen Anstellwinkeln bricht die Strömung zuerst an der Wurzel ab. Das ist vorteilhaft, weil die Querruder außen noch funktionieren. -Keine Verwirbelung nach innen oder außen -einfacher Flügel, stabil, vorhersehbar.	-Bessere Strömungsanlagerung Die Luft wird von außen nach innen geleitet. Die Strömung haftet besser an der Oberfläche, selbst bei hohen Anstellwinkel -Strömungsabriss beginnt innen Falls die Strömung doch abreißt, passiert das zuerst nahe dem Rumpf. Die Querruder an den Flügelenden bleiben länger wirksam. -Bessere Wendigkeit. Weil die Außenflügel besser angeströmt sind, können sie schneller auf Steuereingaben reagieren. -Aeroelastische Instabilität. Wenn sich der Flügel bei Belastung leicht verbiegt dann verdreht er sich bei -20° so, dass noch mehr Auftrieb entsteht – ein positives Rückkopplungsverhalten. Deshalb braucht man bei -20°-Flügeln fast immer eine aktive Fly-by-Wire-Steuerung (z. B. bei der X-29 oder Su-47). Die Flügel müssen insgesamt stärkere Belastungen standhalten

Formelsammlung für die Herleitung der Kontinuitätsgleichung

Größe	Formelzeichen	Name der Einheit	Einheiten zeichen	Beziehung zwischen Größen	Zusammenhang
Weg	s	Meter	m		
Zeit	t	Sekunde	s		
Geschwindigkeit	v		m/s		Zurückgelegte Strecke eines Mediums innerhalb einer bestimmten Zeit
Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2		
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	$V = A \cdot s$	Hier Volumen der Luft
Masse	m	Kilogramm	kg	$m = \rho V$	Hier Masse der Luft auf einem bestimmten Volumen
Dichte	ρ		kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$	Hier die Luftdichte

Formelsammlung zur Herleitung der Formel zum Bernoulli-Effekt

Größe	Formelzeichen	Name der Einheit	Einheiten zeichen	Beziehung zwischen Größen	Zusammenhang
Weg	s	Meter	m		Hier auch x und h genannt
Fallbeschleunigung	g		m/s^2		
Geschwindigkeit	v		m/s		
Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2		
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	$V = A\ s$	
Masse	m	Kilogramm	kg	$m = \rho V$	
Dichte	ρ		kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$	
kinetische Energie	E_{kin}	Joule	J	$1J = 1\frac{N}{m} = \frac{kg\ m^2}{s^2}$ $E_{kin} = \frac{m}{2} v^2$	Bewegungsenergie der beschleunigten Luft
potentielle Energie	E_{pot}	Joule	J	$E_{pot} = m\ g\ h$	Die potentielle Energie ist die Höhenenergie der Luft
Druck	p	Pascal	Pa	$p_a = \frac{N}{m} = \frac{kg}{m\ s^2}$ $p = \frac{F}{A}$	In diesem Fall benötigen wir den Luftdruck
Arbeit	W	Joule	J	$1J = 1\frac{N}{m} = \frac{kg\ m^2}{s^2}$	Hier nur verwendet um zu begründen warum man die Kraft des Luftdrucks noch mit einer Länge multiplizieren muss.
Kraft	F	Newton	N	$N = \frac{kg\ m}{s^2}$ $F = m\ a$	
Beschleunigung	a		m/s^2		
Zeit	t	Sekunde	s		

Formelsammlung für die Herleitung des aerodynamischen Auftriebs mit Hilfe des Impulserhaltungssatz

Größe	Formelzeichen	Name der Einheit	Einheiten zeichen	Beziehung zwischen Größen	Zusammenhang
Weg	s	Meter	m		
Zeit	t	Sekunde	s		
Geschwindigkeit	v		m/s		
Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2		
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	$V = A\ s$	
Masse	m	Kilogramm	kg	$m = \rho V$	
Dichte	ρ		kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$	
Volumenstrom	$\dot{V}$		$\frac{m^3}{s}$		Der Volumenstrom gibt an, welches Volumen eines Fluids pro Zeiteinheit durch einen bestimmten Querschnitt strömt.
Massenstrom	$\dot{m}$		$\frac{m}{s}$	$m = \rho V$ $= \frac{kg\ m^3}{m^3\ s}$ $= \frac{kg}{s}$	Der Massenstrom ist die Masse eines Mediums, das sich pro Zeitspanne durch einen Querschnitt bewegt.
Impuls	P		$\frac{kg\ m}{s^2}$	$p = m\ v$	
Kraft	F	Newton	N	$N = \frac{kg\ m}{s^2}$ $F = m\ a$	
Beschleunigung	a		m/s^2		

Formelsammlung für die Herleitung der Formel des aerodynamischen Auftriebskraft

Größe	Formelzeichen	Name der Einheit	Einheiten zeichen	Beziehung zwischen Größen	Zusammenhang
Weg	s	Meter	m		Hier auch x und h genannt
Beschleunigung	a		m/s^2		
Geschwindigkeit	v		m/s		Hier ist die Anströmgeschwindigkeit des Mediums gefordert. Laut des Bernoulli Effekts ist die Anströmgeschwindigkeit auf der unter und Oberseite eines Flügels unterschiedlich.
Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2		
Zeit	t	Sekunde	s		
Masse	m	Kilogramm	kg	$m = \rho V$	
Dichte	ρ		kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$	
Druck	p	Pascal	Pa	$p_d = \frac{N}{m}$ $= \frac{kg}{m\,s^2}$ $p = \frac{F}{A}$	In diesem Fall benötigen wir den Luftdruck. Laut Bernoulli herrschen auf den verschiedenen Seiten, durch veränderte Geschwindigkeiten, verschiedene Drücke
Kraft	F	Newton	N	$N = \frac{kg\,m}{s^2}$ $F = m\,a$	Hier benötigen wir die Auftriebskraft F_A, welche eine Kraft ist die senkrecht zur Strömungsrichtung wirkt.
Luftwiderstandsbeiwert	C_A				Der Luftwiderstandsbeiwert ist eine dimensionslose Konstante, welche die Auswirkungen der Flügelform zum Beispiel beinhaltet.

Ziele und Umsetzung

Ursprünglich hatte ich mir mehrere Experimente angesehen, von denen mich einige besonders interessiert haben. Allerdings hing ich zu Beginn einige Wochen hinterher, da ich zunächst an einem anderen Experiment gearbeitet habe, das letztlich aus Sicherheitsgründen nicht zur Durchführung freigegeben wurde.

Letztlich habe ich mich dazu entschieden, ein Experiment zum aerodynamischen Auftrieb durchzuführen. Die zugrunde liegende Theorie und die Durchführung selbst sind relativ einfach. Besonders interessiert hat mich, wie sich eine negative Pfeilung der Flügel auf den Auftrieb eines Flugzeugs auswirkt und welche Vor- und Nachteile diese eher seltene Bauform mit sich bringt.

Dafür musste ich einen Windkanal und verschiedene Flugzeugmodelle herstellen. Für den Windkanal plante ich, ein möglichst großes KG-Rohr zu verwenden und einen leistungsstarken Ventilator einzubauen, der genug Luft bewegt, um Unterschiede zwischen den Modellen sichtbar zu machen.

Für den Bau der Flugzeuge wollte ich einen 3D-Drucker verwenden, da ich sowohl in der Schule als auch zu Hause Zugang zu einem hatte. Der 3D-Druck bietet zudem viele Vorteile: Durch die hohe Druckgenauigkeit kann die Symmetrie der Modelle gewährleistet werden, und der Rumpf aller Flugzeuge erhält exakt die gleiche Form. Außerdem lassen sich die Modelle hohl drucken, was ihr Gewicht reduziert, und Fehler im Design können leicht korrigiert werden.

Bevor ich mit der Suche nach einer geeigneten Software zum Designen begann, habe ich mir verschiedene Flugzeugmodelle angesehen, um eine passende Form auszuwählen. Ich entschied mich schließlich für die Form eines klassischen Passagierflugzeugs, da sie vergleichsweise einfach umzusetzen ist – insbesondere, weil der Rumpf größtenteils zylindrisch ist. Auf Triebwerke habe ich bewusst verzichtet, da sie im Experiment nur einen optischen Nutzen gehabt hätten und die Strömung an den Tragflächen unnötig gestört hätten.

Später musste ich auch auf das Seitenleitwerk verzichten, da der Drucker es aus unbekannten Gründen nicht fehlerfrei drucken konnte. Da es ohnehin nur aus optischen Gründen vorgesehen war, hatte dessen Weglassen keine Auswirkungen auf das Experiment.

Eine weitere zentrale Entscheidung im Designprozess betraf die Wahl des Flügelprofils, also des Querschnitts des Flügels in Strömungsrichtung. Anfangs hatte ich mich für ein halbsymmetrisches Profil entschieden, bei dem sowohl die Ober- als auch die Unterseite gekrümmt sind, wobei die Oberseite stärker gekrümmt ist. Diese Form wird jedoch häufig im Kunstflug eingesetzt, da sie eine bessere Manövrierfähigkeit bietet. Da dies in meinem Experiment nicht notwendig war, habe ich mich schließlich für ein Profil mit flacher Unterseite entschieden. Dieses Profil ist weit verbreitet und besonders gut zur Erzeugung von Auftrieb geeignet.

Dieses Profil bietet mehrere Vorteile, denn es erzeugt auch bei kleinen Anstellwinkeln hohen Auftrieb, funktioniert zuverlässig bei niedriger Geschwindigkeit und ist damit ideal für Trainerflugzeuge, Segelflugmodelle. Darüber hinaus ist es sehr stabil im Geradeausflug, verzeiht Fehler besser als andere Profiltypen und weist ein weiches, vorhersehbares Strömungsabrissverhalten auf. Ein weiterer Vorteil liegt in der einfachen Aerodynamik, da das Profil auch dann zuverlässig funktioniert, wenn die Bauform nicht exakt ist oder die Flächen leicht verschmutzt sind.

Bei den Seiten- und Höhenleitwerken habe ich ein symmetrisches Profil gewählt, dies ist entlang seiner Längsachse spiegelsymmetrisch. Diese Leitwerke sollen keinen zusätzlichen Auftrieb erzeugen, dürfen ihn aber auch nicht verringern, damit das Flugzeug im aerodynamischen Gleichgewicht bleibt.

Zunächst habe ich verschiedene Softwareprogramme für Computer und iPad ausprobiert. Bei den meisten Programmen stellte sich heraus, dass die Anwendungsmöglichkeiten entweder sehr eingeschränkt waren oder die Benutzeroberfläche so unübersichtlich, dass eine Einarbeitung ohne viel Vorbereitung kaum möglich war.

Letztendlich entschied ich mich für das Programm Shapr3D. Obwohl die Übersicht hier ebenfalls nicht perfekt war, überzeugte mich, dass es zu jedem einzelnen Werkzeug kurze Erklärvideos gab und zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten bot. Nachdem ich etwas mit den Tools geübt hatte, konnte ich ohne größere Probleme weiterarbeiten. Lediglich beim Vorderrumpf und Heck dauerte es länger, eine symmetrische und runde Form zu erstellen. Oft erstellte ich mehrere Varianten dieser Bereiche, um meine Modelle zu sichern und gleichzeitig die älteren Versionen nicht zu verändern.

Als das ungefähre Flugzeugmodell fertig war, druckte ich einen Testdruck. Dabei zeigte sich, dass ein 10-cm-Modell zu klein war, um tatsächlich Unterschiede zwischen den verschiedenen Ausführungen messen zu können. Daraus ergab sich die Notwendigkeit eines größeren Windkanal-Rohrs. Da solche Rohre im normalen Handel kaum erhältlich sind, habe ich mich entschieden, zwei nach unten leicht spitz zulaufende Mülltonnen zu verwenden. Ich schnitt deren Enden ab und fügte sie mit Gewebeklebeband zusammen. Dabei entstanden zwar kleine Kanten an den Verbindungsstellen, die aber kein größeres Problem darstellten.

Der Ventilator hatte jedoch einen deutlich größeren Durchmesser als die Mülltonnenöffnung. Deshalb wollte ich ein Verbindungsstück aus Plexiglas bauen, das als Trichter fungieren sollte. Leider war die Trichterform zu groß, und das Plexiglas zerbrach bei der Herstellung. Daraufhin versuchte ich es mit einem weicheren Kunststoff, der allerdings wahrscheinlich zu schwer gewesen wäre und in der Mitte eingedrückt hätte.

Aus diesen Gründen musste ich mich vorerst mit dem Mülltonnenstück begnügen. Um äußere Einflüsse zu minimieren, befestigte ich den ursprünglichen Teil, an dem der Deckel der Mülltonnen

montiert wird, direkt am Ventilator. Die Mülltonnen ließen sich dann einfach aufstecken. Die Tests zeigten, dass der Windkanal mit dieser Konstruktion gut funktionierte, sodass ich keine weiteren Änderungen mehr vornahm.

Obwohl der Windkanal dadurch etwas kürzer wurde als ursprünglich geplant, machte sich dies nicht negativ bemerkbar.

Zwischendurch fertigte ich zahlreiche kleine Testdrucke an, um den ungefähren Schwerpunkt der Flugzeuge zu bestimmen.Beim Drucken der großen Modelle wollte ich ursprünglich Carbonfaser-PLA verwenden, da dieses Material das Gewicht der Flugzeuge um etwa 15 % reduziert hätte. Zwar hatte der Druck mit Carbonfaser-PLA bei anderen Objekten bereits funktioniert, jedoch traten bei den komplexeren Flugzeugmodellen Probleme auf. Daher entschied ich mich letztlich für Standard-PLA.

Vor dem Druck der endgültigen Modelle führte ich mehrere Testdrucke durch, um verschiedene Einstellungen zu erproben. Am Ende wählte ich die feinste verfügbare Schichthöhe sowie Stützen mit möglichst geringer Haftung, um das Modell beim Entfernen nicht zu beschädigen. Um Gewicht zu sparen, verwendete ich lediglich 15 % Füllung. Außerdem aktivierte ich das sogenannte „Ironing“ für die Außenflächen, bei dem die obersten Schichten geglättet werden. Ursprünglich hatte ich geplant, alle Oberflächen zu glätten, doch dies hätte die Druckzeit von nur eineinhalb auf über zwölf Stunden erhöht. Die restlichen Einstellungen, wie etwa das Füllmuster, blieben auf den Standardeinstellungen.

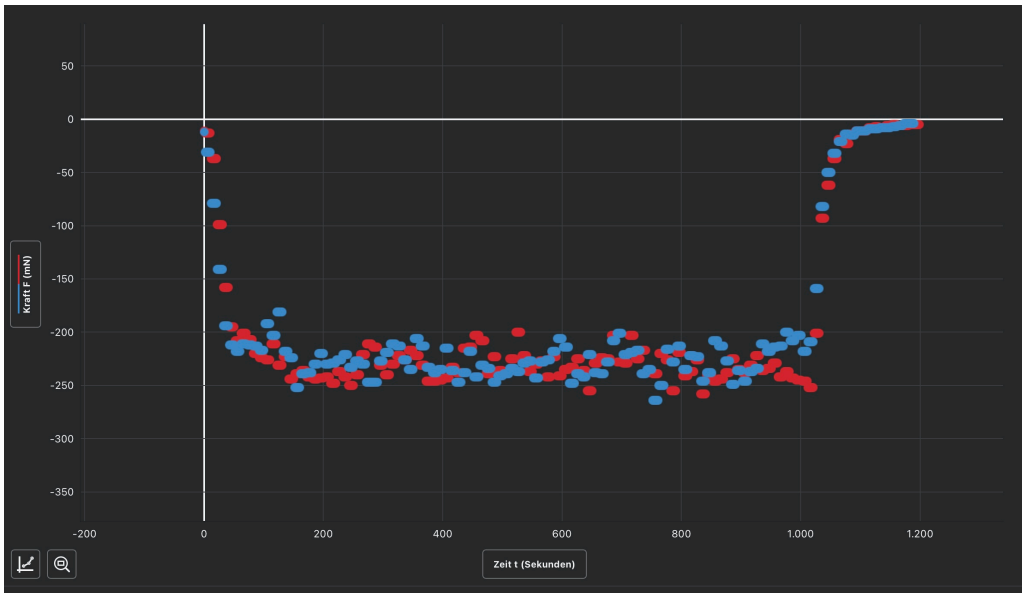
Nach dem Druck habe ich die Ober- und Unterseite der Flügel geschliffen, um Reste der Stützstrukturen zu entfernen und die Oberfläche zusätzlich zu glätten. Da die Unterseiten der Flügel durch die Stützenstruktur nicht vollständig glatt geschliffen werden konnten, trug ich zusätzlich weißen Lack auf. Dieser hatte keine funktionale Bedeutung, sondern diente ausschließlich der Glättung. Den Rumpf hingegen habe ich nicht geschliffen, da die Druckrillen in Strömungsrichtung verlaufen und daher kaum Einfluss auf die Aerodynamik haben.

Anfangs wollte ich das Flugzeugmodell aufhängen, doch dafür wären zu viele Fäden nötig gewesen, die aufgrund der leicht unterschiedlichen Schwerpunkte der Modelle zudem ungleichmäßig verteilt gewesen wären. Deshalb entschied ich mich, einen Schaschlikspieß zur Befestigung zu verwenden. Dieser verhindert seitliche Bewegungen des Modells, wenn er eingesteckt wird. Damit sich das Flugzeug trotzdem nach oben bewegen kann, ohne zu viel Reibung zu erzeugen, muss das Bohrloch etwas größer als der Spieß sein. Gleichzeitig darf es aber nicht zu groß sein, damit das Modell nicht zu stark schwingt.

Während des Experiments stützte ich den Windkanal von unten, um den Ventilator nicht kippen zu müssen, um den Anstellwinkel bei Null Grad zu behalten. Das Messgerät platzierte ich unterhalb des Windkanals und führte den Spieß durch ein Loch an der Unterseite des Kanals ein, sodass das Messgerät nicht von der Luftströmung beeinflusst wird.

Bevor ich die Modelle testete, überprüfte ich, wie stark der Spieß die Messungen beeinflusst, um diese Effekte später zu berücksichtigen. Dann habe ich zwei Modelle an verschiedenen Stellen mit verschiedenen Bohrköpfen durchbohrt, um herauszufinden welche Größe und welche Stelle des Bohrlochs am besten geeignet ist. Zum Abschluss ließ ich jedes Modell zweimal etwa eine Minute lang im Windkanal und bildete aus den Messwerten den Durchschnitt, um Schwankungen auszugleichen und möglichst genaue Ergebnisse zu erhalten. Da der Hersteller den Volumenstrom der höchsten und niedrigsten Einstellung angegeben hatte, habe ich auch für die höchste Einstellung den Auftriebsbeiwert überprüft. Dabei habe ich wieder darauf geachtet, dass der Anstellwinkel Null Grad beträgt.

Auswertung der Messreihen

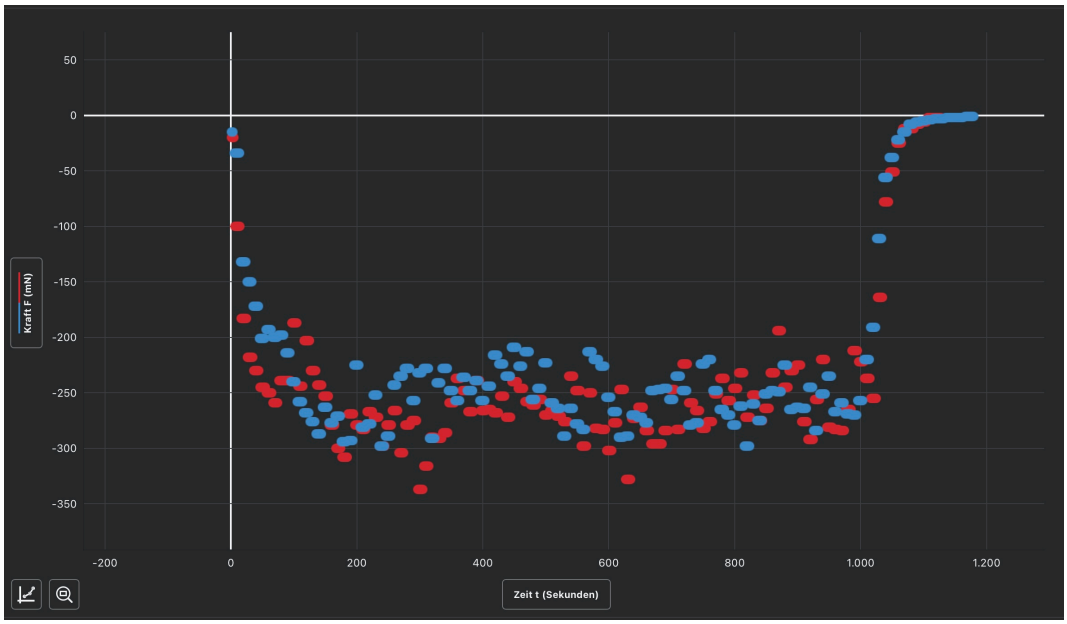


Hier sieht man die Messwerte der Kraft über die Zeit aus zwei Messreihen des Modells mit 20 Grad negativer Pfeilung. Ein einzelner sichtbarer Punkt in der Grafik repräsentiert, bei entsprechender Vergrößerung, etwa neun Messwerte.

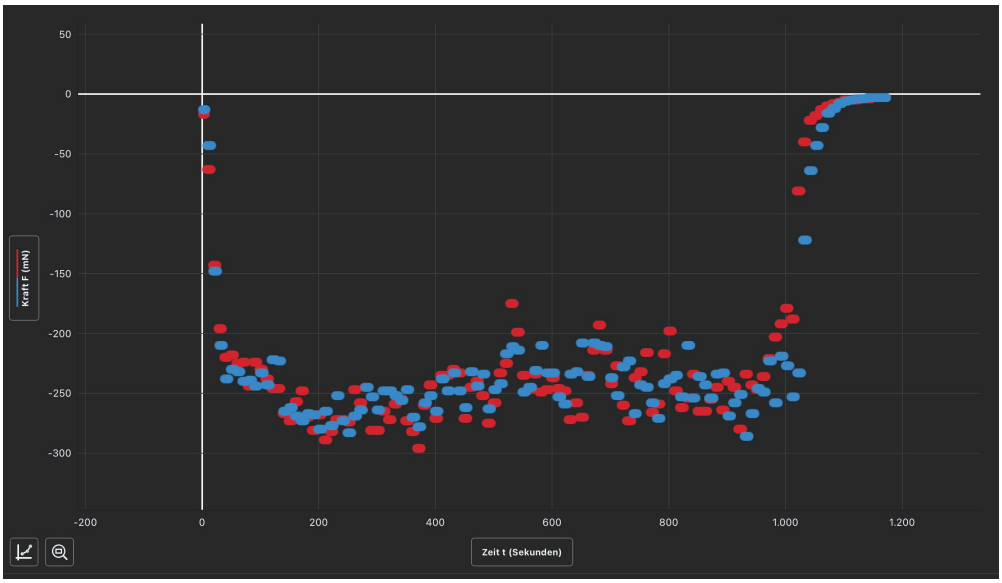
Leider ist die Skalierung der Zeit- und Kraftachse um den Faktor zehn zu groß dargestellt. Der Grund dafür liegt in einem Übertragungsfehler: Im europäischen Raum wird ein Komma als Dezimaltrennzeichen verwendet, im amerikanischen hingegen ein Punkt. Beim Datenimport wurde das Komma entfernt, wodurch die Werte verfälscht dargestellt wurden. Dieses Problem konnte ich aus Zeitgründen nicht mehr beheben.

In der Abbildung erkennt man zu Beginn und am Ende der Messung einen Anstieg bzw. Abfall der Auftriebskraft. Diese Veränderungen entstehen dadurch, dass ich den Ventilator zur Erzeugung des Luftstroms jeweils ein- bzw. ausgeschaltet habe. Die beobachteten Kurvenverläufe zeigen entsprechend die Beschleunigung und Entschleunigung der Luft.

Den Mittelwert der Messwerte im mittleren, Abschnitt der Messung habe ich als repräsentativen Wert der Auftriebskraft gewählt und zur Berechnung des Auftriebsbeiwerts verwendet. Man erkennt in beiden Messreihen Schwankungen im Bereich zwischen 20 und 25 Millinewton. Da ich das Experiment zwischen den beiden Messreihen vollständig ab- und wieder aufgebaut habe, um die Reproduzierbarkeit zu überprüfen, gehe ich davon aus, dass der Mittelwert eine realistische Näherung für die tatsächliche Auftriebskraft darstellt.



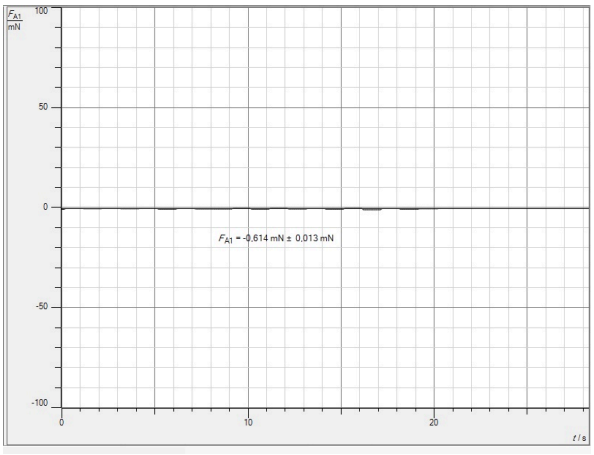
Beim Modell mit ungepfeilten Flügeln zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie beim Modell mit 20 Grad Pfeilung. Die Auftriebskraft ist jedoch insgesamt höher, und die Schwankungen zwischen den einzelnen Messwerten fallen etwas stärker aus. Trotz dieser Unterschiede sind die erste und die zweite Messreihe auch hier sehr ähnlich, was auf eine gute Reproduzierbarkeit der Messungen hindeutet.



Auch bei den Messungen des Modells mit -20 Grad negativ gepfeilten Flügeln lassen sich Parallelen zu den anderen beiden Modellen erkennen. Auffällig ist, dass die Auftriebskraft in den ersten Momenten des Versuchs schneller ansteigt als bei den anderen Varianten. Abgesehen von einigen wenigen Ausreißern, die vermutlich auf Messfehler zurückzuführen sind, stimmen hier die beiden Messreihen sehr gut überein.

Die Unterschiede der Mittelwerte in den Messreihen, liegen bei allen Messungen, der verschiedenen Modelle bei ungefähr einem halben Millinewton.

Ich habe außerdem eine Grafik erstellt, in der jeweils eine Messreihe pro Modell dargestellt ist. Da die Modelle jedoch leicht unterschiedliche Flügelflächen haben, lassen sich die Ergebnisse nur bedingt direkt miteinander vergleichen. Dennoch bietet die Darstellung einen ersten Eindruck über den Verlauf der Auftriebskraft bei den verschiedenen Flügelgeometrien.



Zusätzlich habe ich eine weitere Messreihe durchgeführt, bei der ich getestet habe, wie stark die Kräfte auf die Stütze wirken, wenn kein Flugzeugmodell montiert ist. Damit wollte ich herausfinden, ob die Stütze selbst einen signifikanten Einfluss auf die Messergebnisse hat. Aber man kann sehen das dieser äußerst gering ist.

Im Anhang sind zudem alle vollständigen Messreihen enthalten, jeweils ergänzt um den berechneten Mittelwert. Ich habe sie dort eingefügt, da jede Messreihe über eintausend Einzelmessungen umfasst und eine Darstellung im Haupttext zu unübersichtlich wäre.

Berechnung des Auftriebseiwert

Um jetzt die Wirksamkeit der Flügel zu berechnen müssen wir den Auftriebsbeiwert berechnen. Dazu verwenden wir die Formel für die aerodynamische Auftriebskraft, umgestellt nach dem Auftriebsbeiwert.

$$c_A = \frac{2F}{\rho v^2 A}$$

Dazu haben wir diese für alle Flugzeuge geltenden Werte:

Zuerst haben wir da die Geschwindigkeit auf die, die Luft beschleunigt wurde.

$$V = V \pi r$$

Hier haben wir vom Hersteller den Volumenstrom für die niedrigste und höchste Einstellung gegeben und der Radius konnte durch messen der Länge der Rotorblätter bestimmt werden.

$$V_{min} = 4500 \frac{m^3}{h} = 1{,}25 \frac{m^3}{s}$$

$$V_{max} = 7500 \frac{m^3}{h} = 2{,}08\bar{3} \frac{m^3}{s}$$

$$r = 25\,cm = 0{,}25\,m$$

$$v_{min} = V_{min}\ \pi r^2 = 1{,}25 \frac{m^3}{s} \left(\pi (0{,}25\,m)^2\right) \approx 6{,}366 \frac{m}{s}$$

$$v_{max} = V_{max}\ \pi r^2 = 2{,}08\bar{3} \frac{m^3}{s} \left(\pi (0{,}25\,m)^2\right) \approx 10{,}61 \frac{m}{s}$$

Dann haben wir Rho. Da sich die Dichte der Luft sich durch die Temperatur verändert und die Temperatur ungefähr 20 Grad Celsius im Testgebiet betrugen liegt die luftdichte bei:

$$\rho = 1{,}204 \frac{kg}{m^3}$$

Zuerst berechne ich den Auftriebsbeiwert des Flugzeuges mit einer Pfeilung von 20 Grad.

Die Auftriebskraft bei den beiden Messreihen betrugen 22,62mN und 23,1mN, daher nehme ich den Mittelwert der beiden Kräfte.

$$F_m = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

$$= \frac{22{,}62\,mN + 23{,}1\,mN}{2}$$

$$= 22{,}86\,mN = 0{,}02286\,N$$

Und für die Messung mit dem maximalen Volumenstrom war das Ergebnis.

$$F = 25{,}72\,mN = 0{,}02572\,N$$

Jetzt fehlt mir nur noch die Gesamtfläche der Flügel um den Auftriebsbeiwert zu berechnen, dafür habe ich die Länge der Flügel gemessen und die Breite der Flügelwurzel mit der Breite der Flügelspitze addiert.

$$A = g\,h$$

$$= (3{,}6\,cm + 0{,}3\,cm)\ 11{,}3\,cm$$

$$= 44{,}07\,cm^2 = 0{,}004407\,m^2$$

Jetzt kann ich alles in die Formel für den Auftriebsbeiwert einsetzen.

$$c_A = \frac{2F_m}{\rho v_{inf}^2 A}$$

$$= \frac{2\ 0{,}02286\,N}{1{,}204\,\frac{kg}{m^3}\ (6{,}366\,\frac{m}{s})^2\ 0{,}004407\,m^2}$$

$$= \frac{2\ 0{,}02286\,\frac{kg\,m}{s^2}}{1{,}204\,\frac{kg}{m^3}\ 40{,}53\,\frac{m^2}{s^2}\ 0{,}004407\,m^2}$$

$$= \frac{0{,}04572\,\frac{kg\,m}{s^2}}{0{,}2151\,\frac{kg\,m}{s^2}}$$

$$= 0{,}2126$$

Jetzt kennen wir die Effizienz der Flügel mit der niedrigsten Geschwindigkeit. Ich berechne jetzt die Effizienz befindet höchsten Geschwindigkeit und der anderen Flugzeuge diese werde ich aber nicht mehr so ausführlich erklären, da die Rechenschritte jetzt klar sein sollten.
Die einzigen Änderungen sind jetzt das ich die Geschwindigkeit V_{max} und die dazu gehörende gemessene Kraft.

$$C_A = \frac{2F}{\rho V_{max}^2 A}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}02572\,N}{1{,}209\,\frac{kg}{m^3} \cdot (10{,}61\,\frac{m}{s})^2 \cdot 0{,}004407\,m^2}$$

$$= 0{,}08612$$

Als Nächstes berechne ich den Auftriebsbeiwert von dem Flugzeug mit einer Pfeilung von null Grad.

$$F_m = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

$$= \frac{26{,}32\,mN + 25{,}57\,mN}{2}$$

$$= 25{,}95\,mN = 0{,}02595\,N$$

$$A = g \cdot h$$

$$= (3{,}5\,cm + 0{,}5\,cm) \cdot 12{,}5\,cm$$

$$= 50\,cm^2 = 0{,}005\,m^2$$

$$C_A = \frac{2F_m}{\rho V_{min}^2 A}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}02595\,N}{1{,}209\,\frac{kg}{m^3} \cdot (6{,}366\,\frac{m}{s})^2 \cdot 0{,}005\,m^2} = 0{,}2127$$

$$C_A = \frac{2F}{\rho V_{max}^2 A}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}03190\,N}{1{,}209\,\frac{kg}{m^3} \cdot (10{,}61\,\frac{m}{s})^2 \cdot 0{,}005\,m^2} = 0{,}09414$$

Zum Schluss berechne ich noch den Auftriebsbeiwert des -20 Grad negativ Gepfeilten Flugzeuges.

Als Nächstes berechne ich den Auftriebsbeiwert von dem Flugzeug mit einer Pfeilung von null Grad.

$$F_m = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

$$= \frac{24{,}98\,mN + 24{,}71\,mN}{2}$$

$$= 24{,}85\,mN = 0{,}02485\,N$$

$$A = g\,h$$

$$= (3{,}6\,cm + 0{,}3\,cm)\,11{,}5\,cm$$

$$= 44{,}85\,cm^2 = 0{,}004485\,m^2$$

$$C_A = \frac{2F_m}{\rho\, v_{min}^2\, A}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}02485\,N}{1{,}209\,\frac{kg}{m^3}\,(6{,}366\,\frac{m}{s})^2\,0{,}004485\,m^2} = 0{,}2271$$

$$C_A = \frac{2F}{\rho\, v_{max}^2\, A}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}029{,}68\,N}{1{,}209\,\frac{kg}{m^3}\,(10{,}61\,\frac{m}{s})^2\,0{,}005\,m^2} = 0{,}09765$$

Um die Unterschiede stärker zu visualisieren berechne ich jetzt wie viel Prozent vom Auftriebsbeiwert ein Modelle vom anderen erreicht.

Bei v_{min}

C_{A20} $C_{A0} = 0{,}2126$ $0{,}2127 \approx 0{,}9995 = 99{,}95\,\%$

C_{A0} $C_{A-20} = 0{,}2126$ $0{,}2271 \approx 0{,}9362 = 93{,}62\,\%$

C_{A20} $C_{A-20} = 0{,}2127$ $0{,}2271 \approx 0{,}9367 = 93{,}67\,\%$

Bei v_{max}

C_{A20} $C_{A0} = 0{,}08612$ $0{,}09414 \approx 0{,}9148 = 91{,}48\,\%$

C_{A0} $C_{A-20} = 0{,}09414$ $0{,}09765 \approx 0{,}9641 = 96{,}41\,\%$

C_{A20} $C_{A-20} = 0{,}08612 \cdot 0{,}09765 \approx 0{,}8819 = 88{,}19\,\%$

Auswertung der Ergebnisse

Überrascht hat mich, dass der Auftriebsbeiwert des Modells mit 20 Grad gepfeilten Flügeln bei der niedrigen Strömungsgeschwindigkeit nahezu identisch mit dem des Modells ohne Pfeilung war. Bei höherer Strömungsgeschwindigkeit gingen die Werte hingegen wieder deutlich auseinander. Eigentlich gilt, dass ungepfeilte Flügel bei langsameren Geschwindigkeiten effizienter sind, während positiv gepfeilte Flügel bei höheren Geschwindigkeiten Vorteile bieten sollten.

Möglicherweise hatte das ungepfeilte Modell den Vorteil, dass es mit den auftretenden Schwingungen besser zurechtkam, da der Druck gleichmäßiger über die gesamte Flügelfläche verteilt war.

Ein weiterer möglicher Grund ist, dass bei positiv gepfeilten Flügeln am Flügelende stärkere Randwirbel auftreten, die durch die Bedingungen in meinem Windkanal zusätzlich verstärkt worden sein könnten.

Eine zusätzliche Erklärung könnte sein, dass sich die Ergebnisse meiner Modelle aufgrund der wesentlich kleineren Maßstäbe anders verhalten als bei großmaßstäblichen Versuchen in professionellen Windkanälen.

Ein besonders interessantes Ergebnis war, dass das Modell mit negativer Flügelpfeilung in beiden Strömungsgeschwindigkeiten effizienter war als die anderen. Genauer gesagt lag der Auftriebsbeiwert bei langsamer Strömung etwa 6,5 % und bei schnellerer Strömung etwa 3,5 % bzw. sogar 12 % über den Vergleichsmodellen. In einigen Quellen wird sogar berichtet, dass negativ gepfeilte Flügel 20–30 % mehr Auftrieb erzeugen können.

Mögliche Erklärungen hierfür sind, dass die Strömung am negativ gepfeilten Flügel länger laminar bleibt, was den Reibungswiderstand senkt, da weniger Verwirbelungen auftreten. Außerdem könnte die Strömung länger an der Flügeloberfläche haften, da sie zur Flügelwurzel hin verläuft und nicht von ihr weg. Ein möglicher Erklärungsansatz ist, dass die Luftströmung bei negativ gepfeilten Flügeln verstärkt zur Flügelwurzel gelenkt wird. Da sich dort typischerweise die größte Profiltiefe befindet, könnte dies zu einer lokalen Beschleunigung der Strömung führen, was die Auftriebserzeugung in diesem Bereich begünstigt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Experiment trotz einiger unvermeidbarer Messungenauigkeiten wertvolle Erkenntnisse über den Einfluss der Flügelpfeilung auf den aerodynamischen Auftrieb geliefert hat. Die Messergebnisse zeigten, dass die Modelle mit 0 und 20 Grad Pfeilung in ihren Auftriebsbeiwerten bei niedriger Strömungsgeschwindigkeit sehr nah beieinander lagen, während sich bei höherer Strömungsgeschwindigkeit deutlichere Unterschiede ergaben. Überraschend war insbesondere die höhere und nachweisbare Effizienz des negativ gepfeilten Modells, das in beiden Geschwindigkeitsbereichen den höchsten Auftrieb erzeugte.

Diese Ergebnisse deuten darauf hin, dass sich die aerodynamischen Eigenschaften kleiner Modelle nicht immer vollständig mit denen realer Flugzeuge vergleichen lassen, da Skalierungseffekte eine große Rolle spielen.

Trotz dieser Einschränkungen konnte das Projekt wichtige aerodynamische Prinzipien sichtbar machen, insbesondere den Einfluss der Geometrie auf den Auftrieb.

Fehleranalyse

Obwohl das Experiment auf den ersten Blick gelungen erscheint, gibt es einige potenzielle Fehlerquellen, die das Ergebnis verfälscht haben könnten. In der Formel für den aerodynamischen Auftrieb wird zwar durch die Variable A die Flügelfläche berücksichtigt, dennoch besteht die Möglichkeit, dass eine größere Tragfläche einen stärkeren Einfluss auf den Auftrieb hatte als zunächst erwartet. Sollte sich dies bestätigen, könnte es die Ergebnisse verzerren, allerdings ist das eher unwahrscheinlich, da die Auftriebskraft theoretisch proportional zur Fläche steigt.

Da sich die getesteten Modelle bis auf die Flügel nicht unterscheiden, sind weitere systematische Fehler, die nur einzelne Flugzeuge betreffen, unwahrscheinlich. Wer jedoch noch genauere Ergebnisse erzielen möchte, sollte alle Flugzeuge vollständig glatt schleifen. In meinem Fall habe ich nur die Tragflächen geglättet, da die Rillen am Rumpf, verursacht durch den 3D-Druck, in Strömungsrichtung verlaufen haben sie voraussichtlich kaum Einfluss auf das Ergebnis.

Die größten Fehlerquellen liegen wahrscheinlich im Aufbau des Windkanals. Für den Volumenstrom konnte ich nur den Herstellerwert des Ventilators verwenden, da mir die Mittel für eine eigene Messung fehlten. Außerdem umschließt das Rohr nicht den gesamten Durchmesser des Ventilators, sodass nicht das vollständige Luftvolumen in den Kanal einströmt. Wahrscheinlich ist der Einfluss jedoch gering, da die geringere Luftmenge auch auf eine entsprechend kleinere Fläche trifft. Die überstehenden Bereiche des Ventilators behindern den Luftstrom kaum, sodass sich die Luft weitgehend ungestört am Rand vorbei und durch den Kanal bewegen kann, daher wird insgesamt ungefähr die gleiche Luftmenge beschleunigt.

An der Verbindung in der Mitte des Rohrs entstehen vermutlich kleinere Verwirbelungen durch Kanten. Da sich der Kanal danach jedoch wieder weitet, werden diese Turbulenzen vermutlich nach außen gedrückt. Die Flugzeuge selbst befinden sich in ausreichendem Abstand zu den Wänden, sodass sie davon kaum betroffen sein dürften. Insgesamt schätze ich, dass die Auswirkungen dieser Kanten sehr gering sind.

Die größte Herausforderung bei den Messungen waren jedoch die leichten Schwingungen des Windkanals. Sie entstanden durch das elastische Material, das zwar stabil, aber nicht völlig starr war. Um diesen Effekt zu minimieren, habe ich in der Regel zwei Serien von jeweils 1.000 Messungen durchgeführt und daraus den Durchschnitt gebildet. Dadurch sollte der Messfehler insgesamt relativ gering geblieben sein.

Es wäre ingesamt auch hilfreicher die Größenordnung des Experiments zu erhöhen, da man die Ergebnisse nur spekulativ mit anderen Experimenten vergleichen kann und die Auswirkungen durch die unterschiedlichen Flügelformen der Modelle hätten eine stärkere und damit auch leichter erkennbare Auswirkungen.

Ausblick

Zur Weiterentwicklung des Projekts könnte man, wie bereits erwähnt, die Modelle verbessern, indem man ihre Oberflächen stärker glättet. Auch der Windkanal bietet Optimierungspotenzial. Eine Verlängerung, ein einheitlicher Durchmesser und insgesamt größere Abmessungen würden helfen, störende Kanten wie in meinem Aufbau zu vermeiden. Zudem ließen sich durch eine stärkere Belüftung, also größere Luftgeschwindigkeit und Volumenstrom, noch präzisere Messergebnisse erzielen.

Man könnte auch den Luftwiderstand der unterschiedlich gepfeilten Flügel herausfinden indem man die Kraft parallel zur Strömung misst und dann kann man damit den Formwiderstand berechnen.

Darüber hinaus wäre es interessant, das Verhalten unterschiedlich gepfeilter Flügel genauer zu untersuchen, da ich jetzt nur drei unterschiedliche Winkel getestet habe.

Man könnte auch die Auswirkung verschiedener Anstellwinkel prüfen. Dazu müsste man herausfinden, wie sich der Anströmwinkel auf das Model zuverlässig messen lässt. So könnte man eine Messreihe erstellen, beispielsweise in Form eines Diagramms wie auf dem Bild neben dem Text, und überprüfen, ob sich der Auftriebsbeiwert in Abhängigkeit vom Anströmwinkel systematisch verändert.

Eine weitere spannende Fragestellung wäre, ob verschiedene Flügelprofile in Kombination mit unterschiedlichen Pfeilungen abweichende aerodynamische Eigenschaften zeigen, oder ob sich die Pfeilung gar nicht signifikant auf das Verhalten des gewählten Profils auswirkt.

AREBOS

Ravensburger
GRAVITRAX
STARTER-SET
8-99

Ravensburger
GRAVITRAX
STARTER-SET
8-99